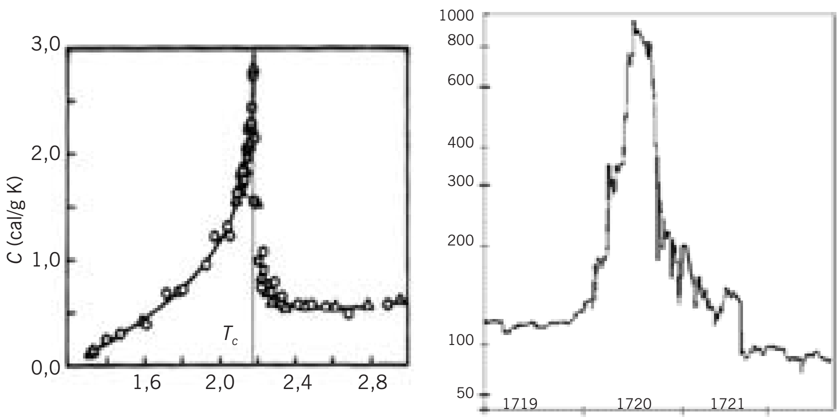
Czy można przewidzieć krach?

Paweł Oświęcimka, dr inż., Instytut Fizyki Jądrowej PAN w Krakowie, Zakład Teorii Systemów Złożonych
Stanisław Drożdż, prof. dr hab., Uniwersytet Rzeszowski, Wydział Matematyczno-Przyrodniczy, Instytut Fizyki oraz Instytut Fizyki Jądrowej PAN w Krakowie, Zakład Teorii Systemów Złożonych
Jarosław Kwapień, dr hab., Instytut Fizyki Jądrowej PAN w Krakowie, Zakład Teorii Systemów Złożonych
Rafał Rak, dr, Uniwersytet Rzeszowski, Wydział Matematyczno-Przyrodniczy, Instytut Fizyki

Wstęp

Krach giełdowy rozumiany jako nagłe i znaczące załamanie się kursu określonego waloru lub towaru zdarza się stosunkowo często. Wystarczy przypomnieć, że w ostatniej dekadzie mieliśmy do czynienia z dwoma tego typu zwrotami na rynku akcji. Jednym z nich było pęknięcie banki internetowej (*dot-com bubble*) na początku 2000 roku kończące erę hossy trwającą od 1995. Drugi związany jest z kryzysem w sektorze bankowym skutkującym fazą bessy, zaczynającą się w październiku 2007 i trwającą do połowy 2009 roku. W obu wymienionych przypadkach duże spadki głównych światowych indeksów przekładały się na ogromne straty dla inwestorów, a niejednokrotnie utratę majątku całego życia. Jednak, pomimo zagrożenia jakie niosą ze sobą krachy, nie udało się do tej pory opracować skutecznej metody ostrzegania o zbliżającej się bessie. Zaskoczeni inwestorzy, uciekając z rynku, dodatkowo potęgują spadki, przyczyniając się do pogłębienia depresji i paniki na giełdzie. Dlatego też jednym z najważniejszych wyzwań przed jakim stoi współczesna inżynieria finansowa jest opracowanie metody ostrzegania o zbliżającym się krachu i odpowiednie oszacowanie ryzyka inwestycyjnego. Zagadnienie to znajduje się również w kręgu zainteresowań stosunkowo młodej gałęzi fizyki, jaką jest ekonofizyka. Ta młoda dyscyplina stanowi niejako platformę, na której mogą spotkać się na pozór odległe dziedziny nauki: ekonomia i fizyka. Okazało się bowiem, że niektóre z teorii fizycznych bardzo dobrze sprawdzają się na gruncie ekonomii. Można wymienić tutaj teorię macierzy korelacji [Potters i in., 2005], fraktali [Oświęcimka i in., 2005], sieci złożonych [Górski i in., 2008] i wiele innych, które już na stałe wpisały się do kanonu badań nad dynamiką rynku czy pieniądza. Szczególnie dynamicznie w ostatnich latach rozwija się jedna z takich teorii, a mianowicie teoria układów złożonych [Sornette, 2002]. Jej uniwersalność sprawia, że znalazła ona zastosowanie w wielu działach nauki poza fizyką, takich jak: biologia (neurobiologia, biologia molekularna), geologia (erozja, procesy wulkaniczne, ruchy tektoniczne), nauki społeczne czy właśnie ekonomia (ekonofizyka). A zatem tak dramatyczne wydarzenia, jak trzęsienia ziemi, wybuchy wulkanów, lawiny czy krachy giełdowe, mogą być analizowane w ramach podobnej teorii i opisane w jakościowo analogiczny sposób. Główną własnością układów (systemów) złożonych, jak wskazuje zresztą nazwa, jest ich wysoki poziom złożoności wynikający zarówno z dużej liczby składników układu, jak i subtelnych, długozasięgowych zależności między nimi. To wszystko sprawia, że niezwykle trudno jest przewidzieć reakcje takiego systemu na bodźce zewnętrzne. Innymi słowy małe zaburzenie układu czy impuls zewnętrzny jest w stanie wywołać gwałtowną reakcję takiego systemu i odwrotnie, układ może zareagować niezauważalnie na duży impuls. A zatem odpowiedź układu złożonego może być nieproporcjonalna do siły bodźca wymuszającego reakcje. Trzeba jednak zauważyć, że to właśnie te gwałtowne zmiany (przejścia z jednego stanu w drugi) niosą najwięcej informacji o własnościach systemu i stanowią potencjalne źródło wiedzy o jego strukturze oddziaływań. Ponadto nagłe zmiany własności układu mogą być analizowane w ramach teorii zjawisk krytycznych i koncepcji log-periodyczności, której to właśnie poświęcony jest ten artykuł.

1. Zjawiska krytyczne, oscylacje log-periodyczne i giełda



Rys. 1.

Po prawej: przejście fazowe w helu pomiędzy fazą nadciekłą i ciekłą.
Po lewej: wykres wartości akcji Kompani Mórz Południowych, historycznej spółki notowanej na angielskiej giełdzie
Źródło: Wikipedia.

Analogia między przejściem fazowym a krachem nasuwa się sama, jeśli porównamy wykresy opisujące oba wymienione zjawiska. Na rysunku 1. po lewej pokazano przejście fazowe w helu (faza nadciekła–ciekła), a po prawej klasyczny przykład krachu (*South Sea Bubble*) zaczerpnięty z historii. Podobieństwo obu wykresów jest zaskakujące. W obu przypadkach po szybkim (potęgowym) wzroście wartości funkcji (dla helu jest to ciepło właściwe, a dla giełdy wartość akcji) następuje gwałtowny jej spadek. W fizyce zjawisk krytycznych wartość temperatury dla której zachodzi ww. przejście fazowe nazywa się temperaturą krytyczną. Przez analogię czas, dla którego następuje załamanie się kursu np. akcji, nazywamy czasem krytycznym T_c. Ciekawą własnością układów w stanie krytycznym jest samopodobieństwo, czy — inaczej mówiąc — fraktalność. W fizyce używa się też terminu niezmienniczość względem skali (*scale invariance*). Okazuje się, że modele rynku, które posiadają taką własność (np. oparte na teorii sieci), całkiem nieźle odtwarzają dynamikę giełdy.

A zatem nie jest nadużyciem przyjęcie, że struktura rynku jest właśnie typu fraktalnego. Wyżej wymienione własności można opisać za pomocą równań, których ogólne rozwiązanie dane jest w postaci:

$$F(t) = |T_c - t|^{\varepsilon} \; P\Big(\ln\big(|T_c - t|\big) / \ln(\lambda)\Big)$$

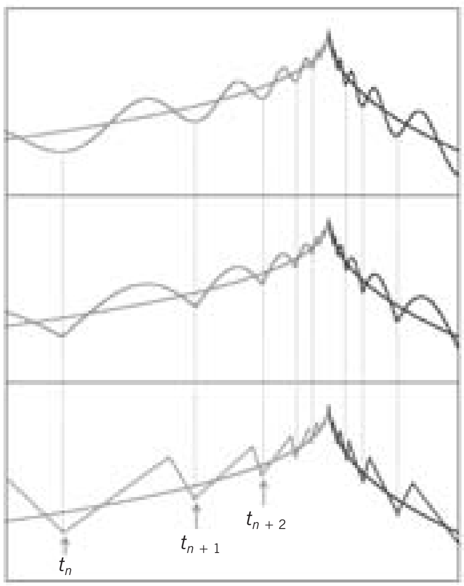
gdzie $F(t)$ jest funkcją opisująca układ (np. zachowanie się cen akcji w czasie t), $T_c - t$ to dystans (w czasie) do punktu krytycznego, a λ szybkość kontrakcji oscylacji (dokładniej znaczenie tego parametru wyjaśnione jest niżej). Zauważmy, że pokazane rozwiązanie oprócz szybkiego wzrostu funkcji F utożsamianego z trendem — opisanego przez $|T_c - t|^{\varepsilon}$ — zakłada również jego korektę w postaci periodycznej funkcji $P()$ o okresie jeden. I to właśnie funkcja periodyczna ma największe znaczenie w predykcji. Oscylacje funkcji P w liniowej skali ulegają zagęszczeniu (log-periodyczne oscylacje) w kierunku punktu krytycznego stosownie do relacji:

$$\frac{t_{n+1} - t_n}{t_{n+2} - t_{n+1}} = \lambda$$

gdzie $t_{n+2} - t_{n+1}$ i $t_{n+1} - t_n$ oznacza odległość pomiędzy sąsiednimi lokalnymi minimami lub maksimami funkcji P. Punkt T_c to miejsce, w którym następuje akumulacja oscylacji i odwrócenie trendu. Przedstawione rozwiązanie dopuszcza pewną dowolność w wyborze funkcji P, choć z przyczyn praktycznych najczęściej przyjmuje się ją w możliwie najprostszej, ale już realistycznej postaci:

$$P(t) = A + B\cos\left(\frac{\omega}{2\pi}\ln\big(|T_c - t| + \phi\big)\right)$$

gdzie A i B to stałe, a $\omega = 2\pi/\ln(\lambda)$. Podobny mechanizm może także produkować oscylacje występujące po punkcie krytycznym według zasady, że im dalej od punktu T_c tym stają się one rzadsze. Mówimy wtedy o „antybąblu''. Przedstawiona tutaj idea została zobrazowana na rysunku 2. Każdy z trzech paneli przedstawia inną postać funkcji P zarówno dla okresu wzrostu, jak i spadku. Trend potęgowy oznaczony jest linią ciągłą. I tak, zaczynając od górnego panelu, odchylenia od trendu reprezentowane są przez odpowiednio modulowany cosinus. Na środkowym panelu oscylacje reprezentowane są przez moduł funkcji cosinus, a na dolnym przez funkcję piłokształtną, która niejednokrotnie lepiej reprodukuje kształt rzeczywistych zmian amplitudy indeksu niż dwie pozostałe. Chociaż funkcje te różnią się od siebie, to proporcje w strukturze oscylacji — co ma tu zasadnicze znaczenie — są takie same w każdym z prezentowanych przykładów. Jak łatwo zauważyć, parametr λ określa szybkość przyspieszania (faza wzrostu) lub zwalniania oscylacji (faza spadku). A zatem znając jego wartość i identyfikując dwa sąsiednie powtarzalne elementy (na przykład minima), można wyznaczyć położenie punktu T_c. Dla rzeczywistych rynków finansowych, jak pokazuje doświadczenie [Drożdż i in. 1999, 2003], wartość λ wynosi 2 i jest stała niezależnie od analizowanej skali czy rodzaju rynku.



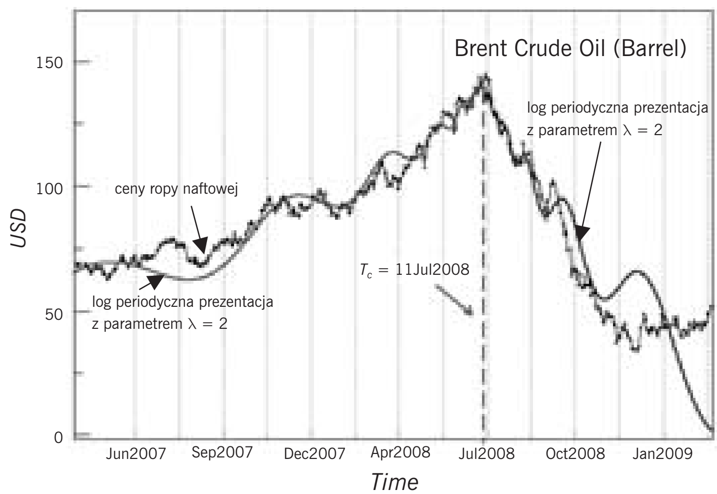
Rys. 2.

Schematyczne przedstawienie oscylacji log-periodycznych nałożonych na potęgowy trend (linia ciągła)

Punkt T_c jest punktem zwrotnym, oddzielającym fazę wzrostu wartości funkcji od fazy bessy. Struktura oscylacji reprezentowana jest przez funkcje cosinus (panel górny), moduł cosinusa (panel środkowy) i funkcję piłokształtną (panel dolny). W każdym z przypadków minima funkcji periodycznej wypadają w tych samym miejscach. Zarówno dla fazy hossy, jak i bessy, dystans pomiędzy kolejnymi minimami jest określony przez parametr λ równy 2.

A zatem z metodologicznego punktu widzenia obserwacja oscylacji log-periodycznych daje ogromną szansę na wiarygodne wyznaczenie punktu zmiany trendu na rynku. Dla porządku w tym miejscu należy wprowadzić rozróżnienie pomiędzy czasem pęknięcia bańki a czasem krytycznym. Układ zbliżając się w czasie do T_c staje się, posługując się językiem fizyki, niestabilny, a zatem mała perturbacja może spowodować krach. T_c powinno być uważane za ostateczny termin odwrócenia trendu i im bliżej tego terminu, tym gwałtowniejsze może być jego załamanie. W dalszej części tego artykułu pokażemy przykłady oscylacji log-periodycznych obserwowanych na światowych giełdach i nasze doświadczenia związane z prognozowaniem krachów.

2. Rynek ropy naftowej

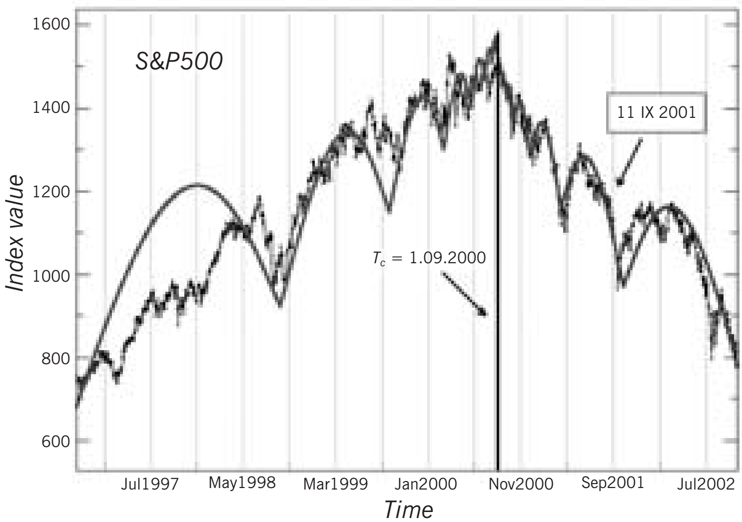


Rys. 3.

Wykres cen ropy naftowej notowanej na giełdzie w Londynie za okres czerwiec 2007 — luty 2009 (linia łamana) oraz jej log-periodyczna reprezentacja (krzywe) z parametrem $\lambda = 2$
Czas krytyczny dla obu faz odpowiada dacie 11 lipca 2008 roku.

W ostatnich dwóch latach rynek surowców przeżył spore zawirowania związane z ceną ropy naftowej na światowych giełdach. W końcu 2006 roku ceny ropy, napędzane wiadomościami o rosnącym zapotrzebowaniu i jednocześnie kurczeniu się światowych zasobów tego surowca, ruszyły gwałtownie w górę, osiągając w lipcu 2008 roku na giełdzie w Nowym Yorku roku rekordowy poziom 148 dolarów za baryłkę, by następnie spaść w ciągu ośmiu miesięcy do poziomu 38 dolarów. Tak wielki krach nie był dotąd obserwowany w historii tego surowca. Był to również doskonały okres testowania możliwości predykcyjnych teorii log-periodycznych oscylacji. W czerwcu 2008 roku ukazała się nasza publikacja [Drożdż i in. 2008a, 2008b] określająca datę 11 lipca 2008 jako czas krytyczny, a więc ostateczną datę odwrócenia trendu wzrostowego. Jak się później okazało, był to dokładnie ten dzień, w którym ceny ropy na światowych giełdach osiągnęły maksimum. Już następnego dnia cena zaczęła spadać i rynek wszedł w fazę bessy zakończoną dopiero w marcu tego roku. Na rysunku 3. pokazano wykres cen ropy z rynku londyńskiego z rozważanego okresu wraz z dopasowanymi oscylacjami. Widać, że nie tylko fazę hossy doskonale można opisać w ramach tego formalizmu, ale równie spadek cen fluktuuje zgodnie z log-periodycznym trendem. W obu przypadkach (bąbla i antybąbla) szybkość oscylacji jest zdeterminowana przez parametr λ równy 2, co potwierdza tezę o jego unikalności.

3. Rynek akcji — pęknięcie bańki internetowej



Rys. 4.

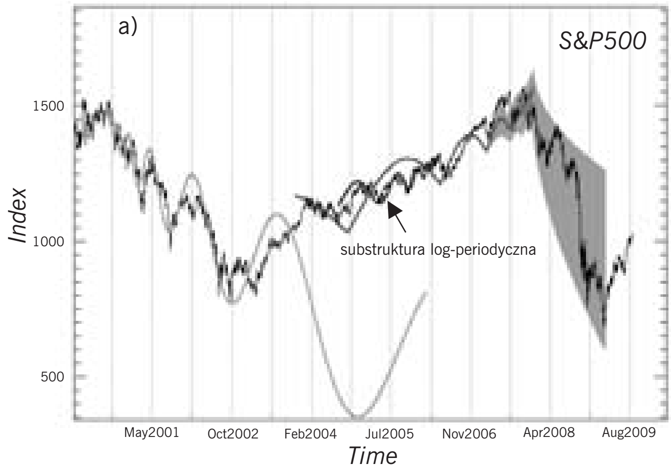
Wykres indeksu Standard&Poor 500 za okres 1997–2000 wraz z nałożonymi log-periodycznymi oscylacjami wyznaczonymi z parametrem λ =2
Czas krytyczny T_c dla fazy tworzenia się bąbla i antybąbla odpowiada początkowi września 2000 roku.

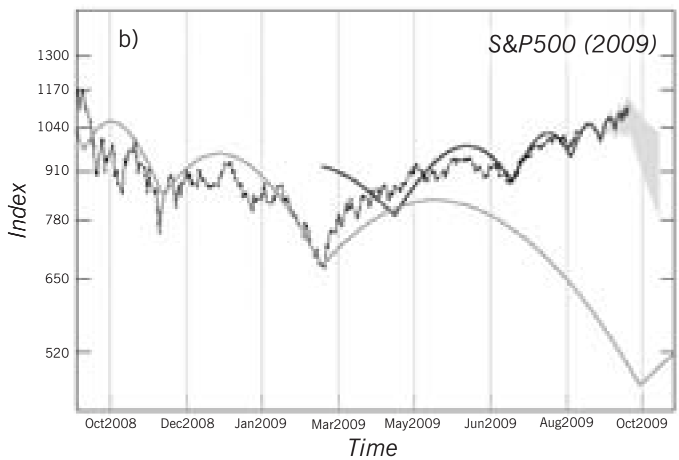
W latach 1995–2000 sektor przemysłu związany z nowymi technologiami przeżywał spektakularny rozwój. Na światowych giełdach spółki z tego sektora odnotowały znaczące wzrosty wartości akcji, co w efekcie doprowadziło do powstania bańki nazwanej później bańką internetową. We wrześniu 2000 roku pęknięcie tej bańki doprowadziło do krachu, który sięgnął dna dopiero w połowie 2003 roku. Rysunek 4. przedstawia indeks Standand&Poor 500 z omawianego okresu wraz z jego log-periodyczną reprezentacją. Widać, że zarówno faza hossy, jak i bessy, z odpowiednio przyspieszającymi i zwalniającymi oscylacjami wartości indeksu świetnie pasują do scenariusza kreślonego przez teorie zachowań log-periodycznych. Faza tworzenia się bąbla, jak i anty-bąbla, zostały przybliżone modułem z funkcji cosinus, który w tym wypadku wydaję się optymalną reprezentacją. Czas krytyczny T_c dla obu faz rynku wyznaczony na początek września 2000 faktycznie zgadza się z czasem odwrócenia trendu, co również przemawia na rzecz tej teorii. Należy jeszcze dodać, że i tym przypadku wartość parametru λ wynosi 2.

Na wykresach zaznaczono również 11 września 2001 odpowiadający dacie ataku terrorystycznego na centrum finansowe World Trade Center w Nowym Jorku. Jak widać wydarzenie to nie wpłynęło w znaczący sposób na zmianę struktury oscylacji ani na zmianę ogólnego trendu spadkowego. Lokalne minimum osiągnięte przez S&P po 11 września wypada dokładnie w miejscu wyznaczonym przez log-periodyczny scenariusz.

4. Hierarchiczna struktura oscylacji log-periodycznych

Pokazywane dotąd przykłady pokazywały strukturę oscylacji na pojedynczej skali czasowej. Jednak prezentowany tutaj formalizm dużo więcej mówi nam o dynamice rynku. Okazało się bowiem, że log-periodyczne struktury obserwowane na małej skali czasowej składają się na oscylacje w skali większej [Bartolozzi i in., 2005]. Możemy mówić tutaj o samopodobieństwie log-periodycznym, co z kolei jest odzwierciedleniem fraktalnej budowy rynku. Warto dodać, że wieloskalowa log-periodyczność, z uniwersalnym parametrem $\lambda = 2$ określającym szybkość kontrakcji oscylacji na każdej skali, stwarza dodatkowe możliwości analizy i predykcji danych giełdowych. Na rysunku 5. pokazano wykresy indeksu S&P 500 na różnych skalach czasowych razem z dopasowanymi log-periodycznymi scenariuszami. Okazuje się, że w duchu tego, co napisano powyżej, obecna sytuacja występująca na rynkach finansowych (panel b) przypomina tę z lat 2000–2009 (panel a). Pęknięcie bańki internetowej w 2000 roku rozpoczęło fazę antybąbla zakończoną w połowie 2003 roku. Jednak dołek ten nie może być uważany za początek przyspieszającej struktury log-periodycznej, która *de facto* zaczęła się dopiero od kolejnego, już lokalnego minimum wartości indeksu osiągniętego w październiku 2004 roku. Wyznaczony na tej podstawie czas krytyczny wskazuje na październik 2007 jako czas odwrócenia trendu, co znalazło potwierdzenie w rzeczywistości. Cień pokazany na rysunku 5a wskazuje na różne możliwości rozwoju scenariusza związanego ze zmianą trendu mieszczące się w ramach omawianej teorii. Dodatkowo na pokazanym rysunku zaznaczono wyraźną substrukturę log-periodyczną składającą się na oscylacje wyższego rzędu i wyznaczającą jedno z lokalnych minimów. Jak już wspomniano, obecna sytuacja na rynku rozważana w mniejszej skali czasowej przypomina tę zaprezentowaną powyżej [Drożdż, Oświęcimka, 2009]. Zakończony w marcu 2009 roku okres antybąbla nie stał się bezpośrednio początkiem struktury oscylacji przyśpieszających. Za początek tej struktury przyjęto koniec kwietnia 2009 roku, co potwierdziło się przez poprawne wyznaczenie położenia kolejnych lokalnych minimów. Czas krytyczny wyznaczony dla tej fazy rynku wskazuje na trzecią dekadę września jako czas odwrócenia trendu wzrostowego. Również i w tym przypadku cień na omawianym rysunku oznacza niepewność związaną z dokładnym zakończeniem fazy hossy.





Rys. 5.

Wykres indeksu S&P 500 z okresu 2000–2009 (panel a) oraz październik 2008 — wrzesień 2009 (panel b) wraz z ich log-periodycznymi reprezentacjami

Czas krytyczny T_c dla struktur przyspieszających odpowiada październikowi 2007 dla wykresu a i końcowi września 2009 dla wykresu b. Wszystkie log-periodyczne scenariusze wyznaczono z parametrem λ równym 2.

Zakończenie

Prezentowana tutaj teoria oscylacji log-periodycznych stanowi z pewnością jedną z bardziej obiecujących metod wyznaczania punktów zwrotnych na giełdzie. Prognozy wyznaczane na jej podstawie zdarzają się odznaczać spektakularną wręcz dokładnością, czego doświadczyli bezpośrednio autorzy tego artykułu. Solidne podstawy tej teorii osadzone w fizyce zjawisk krytycznych i układów złożonych sprawiają, że dostarcza ona bardziej zaawansowanej i ugruntowanej metodologii niż tylko kolejne narzędzie analizy technicznej. Jej uniwersalność została potwierdzona przez różnorodność dziedzin, w których znalazła zastosowanie. Wymienimy tutaj jedynie trzęsienia ziemi czy badania dotyczące wytrzymałości materiałów, a więc dyscypliny naukowe na pozór niezwiązane z giełdą. Jednak pytanie o podobieństwo pomiędzy tymi układami wydaje się jak najbardziej zasadne i być może zaowocuje w przyszłości ogólną teorią łączącą wszystkie te systemy na gruncie fizyki układów złożonych.

Bibliografia

Bartolozzi M., Drożdż S., Leinweber D.B., Speth J., Thomas A.W., 2005, *Self-Similar Log-Periodic Structures in Western Stock Markets from 2000*, „International Journal of Modern Physics C" Volume 16, Issue 09, s. 1347–1361.

Drożdż S., Grummer F., Ruf F., Speth J., 2003, *Log-periodic self-similarity: an emerging financial law?*, „Physica A" nr 324, s. 174–182.

Drożdż S., Kwapień J., Oświęcimka P., 2008a, *Criticality Characteristics of Current Oil Price Dynamics*, „Acta Physica Polonica A" nr 114, s. 699–702.

Drożdż S., Kwapień J., Oświęcimka P., Speth J., 2008b, *Current log-periodic view on future world market development*, „Acta Physica Polonica A" nr 114, s. 539.

Drożdż S. Oświęcimka P., 2009, *World stock market: approaching trend reversal?*, http://arxiv.org/abs/0909.0418.

Drożdż S., Ruf F., Speth J., Wójcik M., 1999, *Imprints of log-periodic self-similarity in the stock market*, „The European Physical Journal B" nr 10, s. 589–59.

Górski A.Z., Drożdż S., Kwapień J., 2008, *Scale free effects in world currency exchange network*, „The European Physical Journal B" nr 66, s. 91–96.

Oświęcimka P., Kwapień J., Drożdż S., 2005, *Multifractality in the stock market: price increments versus waiting times*, „Physica A" nr 347, s. 626–638.

Potters M., Bouchaud J.-P., Laloux L., 2005, *Financial Applications of Random Matrix Theory: Old Laces and New Pieces*, „Acta Physica Polonica B" nr 36, s. 2767.

Sornette D., 2002, *Predictability of catastrophic events: material rupture, earthquakes, turbulence, financial crashes and human birth*, „Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America" nr 99, Suppl. 1, s. 2522–2529.

Abstract

Is It Possible to Predict Crash?

This article presents one of the most promising methods to predict the sudden changes in the stock market, namely the theory of log-periodic oscillations. The authors, in addition to the above theoretical basis method referring to the theory of complex systems and critical phenomena, show empirical evidence of the effectiveness of this approach in predicting both the bust in the stock market, as well as in the resources market. The examples (based on the analysis and forecasts) shown in the research confirm that self-similar log-periodicity with a parameter contraction $\lambda \approx 2$ is able to properly describe the dynamics of the stock exchange on different time scales. What is more, the prediction, indicating a reversal of the uptrend in the stock market in September and October in 2009, was shown.